Supplemental material for Math 4130, HW 2

#1: The norms of some quadradic integers in the ring $R_{-6} = \mathbb{Z}[\sqrt{-6}] = \{a + b\sqrt{-6} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}.$



#1: Some primes and non-prime irreducibles in the ring $R_{-6} = \mathbb{Z}[\sqrt{-6}] = \{a + b\sqrt{-6} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ of quadratic integers. Ones with a ramified factor are in purple.



 $#3(\mathbf{a})$: The division algorithm in the Gaussian integers $R_{-1} = \mathbb{Z}[i] = \{a+bi \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ showing the possible quotients q and remainders r, upon dividing b = 3 + i into a = 9 + 8i

				\Im	↑																	
٠	٠	•	٠	•	•	•	•	•	•	٠	٠	٠	٠	•	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠
٠	•	٠	٠	•	•	•	•	•	•	٠	٠	٠	•	٠	•	•	٠	٠	٠	٠	٠	•
٠	•	•	٠	•	•	•	•	•	•	•	٠	٠	•	•	•	•	٠	٠	٠	٠	٠	•
•	•	•	٠	•	-	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
•	•	•	٠	•	-	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	•	•
٠	•	•	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•
•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
-							-		-				-				-					-
				•	Ī.	•	•	•			•	•								•		
٠	•	•	٠	۰	1	•	•	•	•	•	٠	•	•	•	•	•	•	٠	٠	٠	٠	•
٠	٠	٠	۰	٠	•	•	•	•	•	٠	٠	٠	•	٠	•	•	٠	٠	٠	٠	٠	•
٠	•	٠	٠	•	•	•	•	•	•	٠	٠	٠	٠	٠	٠	•	٠	٠	٠	٠	٠	•
۰	•	٠	٠	•	•	•	•	•	•	٠	•	•	•	٠	•	•	٠	٠	٠	٠	٠	
	•	•	•	•	•—	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		\rightarrow
•	•	•	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	. R
•		•	•	•	-	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
9	-	-	-	-	Ι	-	-	-	-	•	-	-	-	-	-	-	-	-	-	•	-	-

#3(b): An explicit example of $a, b \in R_{-6} = \mathbb{Z}[\sqrt{-6}] = \{a + b\sqrt{-6} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ for which there are no quotient q and remainder r satisfying

$$a = bq + r, \qquad 0 \le N(r) < N(b).$$



#3(b) (alternate grid): An explicit example of $a, b \in R_{-6} = \mathbb{Z}[\sqrt{-6}] = \{a + b\sqrt{-6} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ for which there are no quotient q and remainder r satisfying

$$a = bq + r, \qquad 0 \le N(r) < N(b).$$

